

## تمارين

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \overline{oi}, \overline{oj})$   
 $Z$  عدد مركب حيث  $z = x + iy$  و  $M(z)$  صورته

1- عين  $(c)$  مجموعة النقط  $M(z)$  التي تحقق  $|Z + 1| = 2$  بطريقتين مختلفتين

2- لكل عدد مركب  $Z$  حيث  $z \neq i$  نضع  $F(Z) = \frac{z + 1}{z - i}$

1- حدد  $(E)$  مجموعة النقط  $M(z)$  حيث  $|F(Z)| = 1$  بطريقتين مختلفتين

2- اكتب  $F(Z) = \frac{z + 1}{z - i}$  على شكله الجبري

3- عين  $(H)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي بحيث يكون  $F(Z)$  حقيقيا

4- عين  $(k)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي بحيث يكون  $F(Z)$  تخيليا صرفا  
 الحل

1- تعيين  $(c)$  مجموعة النقط  $M(z)$  حيث  $|Z + 1| = 2$   
 الطريقة الاولى:

$$\text{لدينا: } |Z + 1| = 2 \text{ يكافئ } |x + 1 + iy| = 2$$

$$\text{ومنه } (x + 1)^2 + y^2 = 4$$

مجموعة النقط  $(c)$  هي الدائرة ذات المركز  $A(-1, 0)$  ونصف القطر 2  
 الطريقة الثانية:

$$\text{لنكن النقطة } A(-1, 0) \text{ لدينا } AM = |Z + 1|$$

$$\text{ومنه } |Z + 1| = 2 \text{ يكافئ } AM = 2$$

ينتج أن مجموعة النقط  $(c)$  هي الدائرة ذات المركز  $A(-1, 0)$  ونصف القطر 2

2- 1- تعيين  $(E)$  مجموعة النقط  $M(z)$  حيث  $|F(Z)| = 1$  و  $z \neq i$

$$|F(Z)| = 1 \text{ يكافئ } \left| \frac{z + 1}{z - i} \right| = 1$$

$$\left| \frac{z + 1}{z - i} \right| = 1 \Leftrightarrow \frac{|z + 1|}{|z - i|} = 1 \Leftrightarrow |z + 1| = |z - i| \text{ ومنه } |z + 1| = |z - i|$$

### طريقة أولى :

بوضع  $z = x + iy$  نجد أن:

$$|x + 1 + iy| = |x + i(y - 1)| \text{ يكافئ } |z + 1| = |z - i|$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1 \text{ ومنه } (x + 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2$$

$$\text{ومنه } y = -x$$

مجموعة النقط هي المستقيم الذي معادلته  $y = -x$

### طريقة ثانية:

لذلك النقطه  $A(-1, 0)$  والنقطه  $B(0, 1)$  لدينا  $AM = |z + 1|$  و

$$BM = |z - i|$$

من  $|z + 1| = |z - i|$  نجد ان  $AM = BM$

مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة  $[A B]$  ماعدا النقطه  $B(0, 1)$

2- كتابة  $F(Z)$  على شكله الجبري

$$F(Z) = \frac{z + 1}{z - i} \cdot \frac{\overline{z - i}}{\overline{z - i}}$$

$$F(Z) = \frac{z\overline{z} + \overline{z} + iz + i}{(z - i)(\overline{z - i})} \text{ ومنه } F(Z) = \frac{z\overline{z} + \overline{z} + iz + i}{(z - i)(\overline{z - i})}$$

$$F(Z) = \frac{x^2 + y^2 + x - iy + ix - y + i}{x^2 + (y - 1)^2}$$

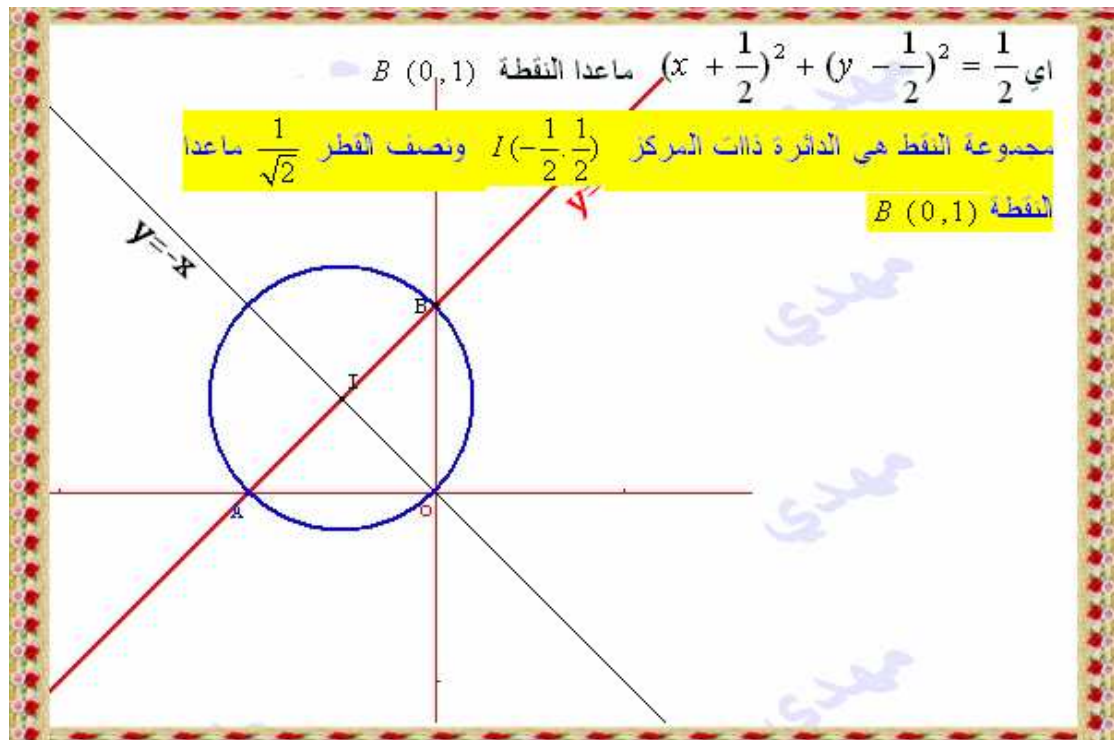
$$F(Z) = \frac{x^2 + y^2 + x - y}{x^2 + (y - 1)^2} + \frac{i(-y + x + 1)}{x^2 + (y - 1)^2} \text{ الشكل الجبري هو}$$

$$F(Z) \text{ حقيقي يعني الجزء التخيلي معدوم } \frac{(-y + x + 1)}{x^2 + (y - 1)^2} = 0 \quad -3$$

مجموعة النقط هي المستقيم الذي معادلته  $y = x + 1$  ماعدا النقطه  $B(0, 1)$

$$F(Z) \text{ تخيلي صرف يعني الجزء الحقيقي معدوم } \frac{x^2 + y^2 + x - y}{x^2 + (y - 1)^2} = 0 \quad -4$$

$$\text{أي } x^2 + y^2 + x - y = 0 \text{ ماعدا النقطه } B(0, 1)$$



شكرا لكم من اخوكم مهدي